



MINISTERUL
EDUCAȚIEI



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa Locală, 17 februarie 2024

Clasa a VI-a

Subiectul 1.

- a) Calculați c.m.m.d.c. al numerelor a și 2024, unde $a = 1 + 5 + 5^2 + 5^3$.
- b) Determinați $n \in \mathbb{N}$ pentru care numărul $b = (5^{3^n} + 5^{3^n+1} + 5^{3^n+2} + 5^{3^n+3})$ are 120 de divizori.

(***)

Subiectul 2.

- a) Arătați că dacă $x, y > 0$ și $\frac{x^2 + x \cdot y}{y} = \frac{y^2 + x \cdot y}{x}$, atunci $x = y$.
- b) Aflați numerele naturale \overline{xyz} , scrise în baza 10, știind că numărul $x \cdot y \cdot z$ este un cub perfect de trei cifre, iar numerele $x^2 + x \cdot y + x \cdot z$, $y^2 + x \cdot y + y \cdot z$, $z^2 + x \cdot z + y \cdot z$ sunt direct proporționale cu $y+z$, $x+z$, respectiv $x+y$.

(***)

Subiectul 3.

Considerăm mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 2024\}$.

- a) Determinați cardinalul mulțimii $B = \{x \in A \mid x : 20 \text{ sau } x : 24\}$.
- b) Determinați câte mulțimi $C = \{a, b, c, d\}$ ale mulțimii A au proprietatea că $a \cdot b = c \cdot d = 2024$.

(***)

Subiectul 4.

În jurul punctului O considerăm unghiurile $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ adiacente, cu $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC < 180^\circ$.
Notăm cu $[OM]$ și $[ON]$ bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$, respectiv $\sphericalangle BOC$, iar cu $[OP]$ bisectoarea unghiului $\sphericalangle MON$. Știind că suplementul unghiului $\sphericalangle AOC$ este de 4 ori mai mare decât $\sphericalangle POB$, arătați că unul din unghiurile $\sphericalangle AOB$ sau $\sphericalangle BOC$ este drept.

Gazeta Matematică Nr. 10/2023

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se va nota de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru : 3 ore